

# DÉSAISONNALISER UNE SÉRIE TEMPORELLE



## 10 - Désaisonnalisation des séries haute-fréquence

ALAIN QUARTIER-LA-TENTE

# Sommaire

---

## 1. Régresseurs externes et TBATS

### 1.1 Régresseurs externes classiques

## 2. STL et MSTL

## 3. Extension des moyennes mobiles

# Régresseurs externes classiques

---

Dans certaines méthodes (régression linéaire, ARIMA, etc. mais pas ETS) permettent de rajouter des régresseurs externes qui peuvent aider à l'analyse/prévision

- polynômes sur les dates (e.g. tendance linéaire) (on peut s'aider de `forecast::tslm()`)
- indicatrices sur la périodicité (avec variable de contraste) :
  - Sur les jours de la semaine
  - Sur les mois/trimestres

# Régresseurs de Fourier

---

Lorsque la périodicité est trop élevée ou lorsqu'il y a plusieurs saisonnalités, ajouter des indicatrices peut être trop coûteux.

Solution : ajouter des variables sinusoidales aux fréquences étudiées !

$$\cos\left(\frac{2k\pi}{m}\right) \quad \sin\left(\frac{2k\pi}{m}\right) \quad \text{avec } 0 < k < m$$

Généralement  $k \ll m$  lorsque  $m$  est grand

- Pour séries mensuelles :  $m = 12$
- Pour les séries hebdomadaires  $m = 365.25/7 \simeq 52$
- Pour les séries journalières  $m = 365.25$  pour saisonnalité annuelle,  $m = 365.25/12 \simeq 30$  pour saisonnalité mensuelle.

# TBATS (1)

---

Une transformation de Box-Cox est utilisée :

$$y_t^{(\lambda)} = \begin{cases} \frac{y_t^\lambda - 1}{\lambda} & \text{if } \lambda \neq 0 \\ \log(y_t) & \text{if } \lambda = 0 \end{cases}$$

Ensuite un modèle avec *Trigonometric seasonality*, *ARMA errors*, *Trend and Seasonal components* (modèles exponentiels).

Voir `?forecast::tbats()`.

Pour des séries HF, le temps de calcul peut être long.

## TBATS (2)

$$\begin{cases} y_t^{(\lambda)} = l_{t-1} + \phi b_{t-1} + \sum_{i=1}^T s_{t-m_i}^{(i)} + d_t \text{ and } d_t \sim \text{ARMA}(p, q) \\ l_t = l_{t-1} + \phi b_{t-1} + \alpha d_t \\ b_t = \phi b_{t-1} + \beta d_t \end{cases}$$

$$\begin{cases} s_t^{(i)} = \sum_{j=1}^{k_i} s_{j,t}^{(i)} \\ s_{j,t}^{(i)} = s_{j,t-1}^{(i)} \cos \omega_j + s_{j,t-1}^{*(i)} \sin \omega_j + \gamma_1^{(i)} d_t \\ s_{j,t-1}^{*(i)} = s_{j,t-1}^{(i)} \sin \omega_j + s_{j,t-1}^{*(i)} \cos \omega_j + \gamma_2^{(i)} d_t \end{cases} \quad \text{and } \omega_j = \frac{2\pi j}{m_i}$$

Notation :  $TBATS(\omega, p, q, \phi, \langle m_1, k_1 \rangle, \dots, \langle m_J, k_J \rangle)$  avec

- $\omega$  = paramètre de Box-Cox
- $(p, q)$  = ARMA(p,q)
- $\phi$  = paramètre d'amortissement
- $m_1, \dots, m_J$  les périodicités et  $k_1, \dots, k_J$  le nombre de termes de fourrier

# STR

---

STR: Seasonal-Trend decomposition using Regression

Régression pénalisée en prenant en compte des saisonnalités multiples.

Voir <https://doi.org/10.1287/ijds.2021.0004> et package `stR`.

# Sommaire

---

1. Régresseurs externes et TBATS

2. STL et MSTL

3. Extension des moyennes mobiles

# STL

---

La méthode *Seasonal-Trend decomposition using LOESS* (STL) est une méthode de décomposition itérative robuste aux points atypiques.

Deux boucles : intérieure (*inner*), pour mettre à jour la tendance et la saisonnalité, inclus dans une boucle extérieure (*outer*) pour calculer des poids associés aux points atypiques

## Boucle intérieure

---

1. On calcule une série sans tendance  $Y - T_t^{(i-1)}$  avec  $T_t^0 = 0$ .
2. Pour chaque saisonnalité (mois/trimestre, etc.) Loess appliqué pour estimer  $C_t^{(i)}$  (longueur du filtre à spécifier)
3. On estime la tendance de cette composante saisonnière  $L_t^{(i)}$  avec différentes moyennes mobiles
4. Estimation d'une composante saisonnière sans tendance :  
$$S_t^{(i)} = C_t^{(i)} - L_t^{(i)}$$
5. Estimation de la tendance avec Loess sur série désaisonnalisée  $Y - S_t^{(i)}$  (longueur du filtre à spécifier)

# Boucle extérieure

---

1. Calcul des résidus  $R_t$
2. Calcul de poids associés à chaque observation avec

$$\rho_t = B(|R_t|/h) \text{ et } h = 6 \text{med}(|R_t|)$$

et  $B$  un noyau (biweight par défaut)

# MSTL

---

MSTL est une extension de STL où l'algorithme STL est appliqué à chaque saisonnalités.

Voir <https://doi.org/10.48550/arXiv.2107.13462> et `forecast::mstl()`.

Très proche de Ollech (2018), voir `dsa::dsa()`.

# Sommaire

---

1. Régresseurs externes et TBATS

2. STL et MSTL

3. Extension des moyennes mobiles

## Saisonnalités non-entières

---

Séries “classiques” la saisonnalité est entière ( $s = 12, 4, \dots$ ) mais comment faire pour modéliser les séries journalières ? Prendre  $s = 365$  mais quid des années bissextiles ? Utiliser  $s = 365,25$  mais alors que signifie  $1 - B^s$  ?

Solution : prise en compte de saisonnalité non entières par développement de Taylor de  $x^\alpha$  autour de 1:

$$x^\alpha \simeq 1 + \alpha(x - 1) \simeq 1 - \alpha + \alpha x$$

Il vient :

$$B^{365,25} = B^{365} B^{0,25} = (1 - \alpha)B^{365} + \alpha B^{365+1}$$

## Airline fractionnaire

Extension du modèle  $ARIMA(0, 1, 1)(0, 1, 1)[s]$  avec les notation précédentes et éventuellement plusieurs saisonnalités.

Décomposition faite avec une approche similaire à SEATS  
`rjd3highfreq::fractionalAirlineDecomposition()` et  
`rjd3highfreq::multiAirlineDecomposition()`.

Pré-ajustement important : peut être fait avec  
`rjd3highfreq::fractionalAirlineEstimation()`. Autre outlier qui est fréquent :

$$WO_t^{t_0} = \begin{cases} 1 & \text{si } t = t_0 \\ -1 & \text{si } t = t_0 + 1 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

Pour des exemples [https://github.com/palatej/test\\_rjd3hf](https://github.com/palatej/test_rjd3hf) (mais code non à jour).

Même idée pour X-11 (`rjd3x11plus::x11plus()`) mais comment choisir les longueurs des filtres ?

# Bibliographie (1)

---

-  Eurostat (2015), The ESS guidelines for seasonal adjustment, Eurostat manuals and guidelines, Product Code: KS-GQ-15-001.  
<http://ec.europa.eu/eurostat/web/products-manuals-and-guidelines/-/KS-GQ-15-001>.
-  Ladiray D., Mazzi G.L, Palate J. et Proietti T. (2018), Seasonal Adjustment of Daily and Weekly Data, in Handbook on Seasonal Adjustment, edited by G. L. Mazzi, co-edited by D. Ladiray, European Union, Luxembourg. [ec.europa.eu/eurostat/web/products-manuals-and-guidelines/-/KS-GQ-18-001](http://ec.europa.eu/eurostat/web/products-manuals-and-guidelines/-/KS-GQ-18-001).
-  Webel et Smyk (2023), Towards seasonal adjustment of infra-monthly time series with JDemetra+. Deutsche Bundesbank Discussion Paper No. 24/2023. <https://www.bundesbank.de/resource/blob/915460/e0c29d7a79c28c3b48cdc0b07f1e3a64/mL/2023-09-04-dkp-24-data.pdf>

## Bibliographie (2)

---

-  Ollech D. (2018), Seasonal Adjustment of Daily Time Series. Deutsche Bundesbank Discussion Paper No. 41/2018.  
<http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.3273755>
-  Dokumentov A, Hyndman R. (2021) STR: Seasonal-Trend Decomposition Using Regression. INFORMS Journal on Data Science 1(1):50-62. <https://doi.org/10.1287/ijds.2021.0004>
-  Bandara K, Hyndman R et Bergmeir C. (2021) MSTL: A Seasonal-Trend Decomposition Algorithm for Time Series with Multiple Seasonal Patterns. <https://doi.org/10.48550/arXiv.2107.13462>